
Radiação de Corpo Negro

Daniel Emanuel Barreto de Oliveira e Davi Lazzari, (232957) e (232847) - Laboratório de Física Moderna - UFRGS

Porto Alegre, 09 de junho de 2015

Estuda-se com o seguinte trabalho, o comportamento da emissão de radiação de um filamento de tungstênio em função da sua temperatura, comparando-a com a emissão de radiação de corpo negro. A temperatura do filamento será então determinada por três modelos: Relação entre resistividade e temperatura, a mesma relação corrigida pela dilatação térmica e a relação entre temperatura e radiação.

Introdução

Ao longo dos séculos XIV e XX vários fenômenos físicos levaram à conclusões empíricas de que houvesse uma relação direta entre a temperatura de um corpo e a radiação emitida por ele. Grandes cientistas puseram-se a pensar em como retratar a situação em um modelo matemático que permitisse explicar a física por trás destes fenômenos observados. Como primeira aproximação, foi adotado o pressuposto de que toda a radiação emitida pelo corpo advém de sua energia interna e de que não há reflexão, ou seja, a energia incidente sobre o corpo é por ele totalmente absorvida, aumentando a energia interna e reemitindo-a apenas como radiação eletromagnética, com um espectro característico. A esse espectro observado, chamou-se de Espectro de Radiação de Corpo Negro. Entretanto, para um objeto real, observa-se que existe um determinado

percentual de reflexão, dependente do material de composição do corpo e de sua estrutura superficial. Mas, para temperaturas altas, a radiação emitida pelo corpo é muito maior que a refletida, podendo-se desprezá-la. Não há, portanto, um corpo negro ideal (sempre há um percentual de radiação refletida), mas o Sol pode ser considerado uma aproximação bastante razoável para tal.

No modelo físico clássico, o corpo negro é representado por uma cavidade com um furo muito pequeno, no qual uma partícula com energia cinética entra e choca-se com as paredes dela, transferindo momento (e energia) para o corpo. As partículas que adentram a cavidade são fótons, ou ondas eletromagnéticas cujos modos de oscilação são compatíveis com o furo. O choque delas aumenta o grau de agitação das partículas que constituem as paredes da cavidade, esta agitação (movimento) é a radiação incidida pela parede, uma vez que as cargas em movimento geram pulsos eletromagnéticos. Assim, a Radiação emitida (pulsos eletromagnéticos) depende do quão agitadas estão as partículas das paredes (temperatura).

O modelo clássico de Rayleigh-Jeans foi um dos primeiros modelos a tentar descrever a radiação eletromagnética de um corpo negro para todos os comprimentos de onda. O modelo leva em conta a equipartição de energia, onde a energia média por grau de liberdade da partícula apresenta-se como $E = \frac{1}{2}kT$ com intervalos de valores de energia possível contínuos dependentes da temperatura, ajus-

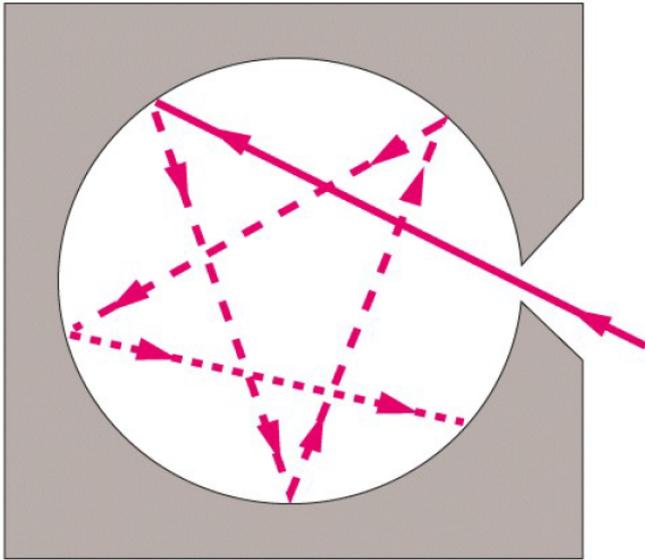


Figura 1: Imagem esquemática da interpretação da Radiação da Cavidade como a Radiação de um Corpo Negro.

tados pela constante de Boltzmann (k). A relação propunha que a densidade de energia emitida pelo corpo era uma relação diretamente proporcional à temperatura e variava inversamente ao comprimento de onda da emissão elevado na quarta potência, tal que:

$$R(\lambda, T) = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} \quad (1)$$

Onde os parâmetros de correção são c (velocidade da luz) e k (constante de Boltzmann). O problema desta relação é conhecido como "Catástrofe do Ultravioleta", uma vez que conforme diminui-se o comprimento de onda, a energia diverge para infinito, o que se pressuporia criação de energia. Mas, há de se notar que a lei tem resultados muito bons para comprimentos de onda grandes, em relação aos resultados experimentais.

A "Catástrofe do Ultravioleta" era na época um dos grandes problemas a ser resolvido pelos físicos, foi quando em 1900, Max Planck revisou a lei de Rayleigh e estabeleceu a seguinte equação:

$$R(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (2)$$

Para a qual tem-se que h é a constante de Planck e c a velocidade da luz. Obtém-se então uma equação que não diverge mais para pequenos valores de comprimento de

onda. O que se observa ainda é que para um λ ou um T grande, o termo exponencial aproxima-se de zero, e uma aproximação inicial mostra $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \approx \frac{hc}{\lambda kT}$ e assim:

$$R(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\frac{hc}{\lambda kT}} = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} \quad (3)$$

Que é exatamente a Lei de Rayleigh-Jeans. Outra importante aproximação da época, usada por sua vez para os pontos em que a aproximação de Rayleigh-Jeans divergia (pequenos comprimentos de onda e baixas temperaturas) foi a Lei de Wien que é dada por:

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} \quad (4)$$

É perceptível a semelhança para a equação obtida por Planck, e uma vez que supria pequenos comprimentos de onda, não o fazia para grandes. Pode-se perceber claramente que $hc \gg \lambda kT$ faz com que o valor -1 se torne irrisório diante do termo exponencial, e assim, a lei de Planck novamente converge para uma aproximação aceita.

Planck abandonou alguns conceitos arraigados da física clássica e postulou que as moléculas da parede da cavidade formavam osciladores que absorviam ou emitiam energia apenas em certas quantidades, de forma discreta (ou, quantizada), a estas porções de energia denominou-se "Quanta". Este trabalho lhe rendeu o prêmio nobel de física de 1918, a partir do qual é considerado o nascimento da Física Quântica.

Como analisa-se geralmente uma certa banda de comprimento de onda (ou frequência), tem-se a equação para a radiância em sua forma diferencial:

$$R(\lambda, T)d\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (5)$$

Apartir da lei obtida para radiância espectral (Eq. 5), obtém-se (i): a Lei de Steffan-Boltzmann, integrando-a em relação a λ para todos os comprimentos de onda possíveis:

$$P = \sigma T^4 \quad (6)$$

Tal que P é a potência tota irradiada por unidade de área do corpo, σ é a constante de

Boltzmann e T a temperatura do corpo. (2): a Lei de Deslocamento de Wien, através do máximo da equação:

$$\lambda_{max} = \frac{\alpha}{T} \quad (7)$$

Para o qual, α é a constante de dispersão de Wien e vale $2,898 \cdot 10^{-3} m \cdot k$. Note que ambas as leis já eram conhecidas antes de Planck realizar seus trabalhos.

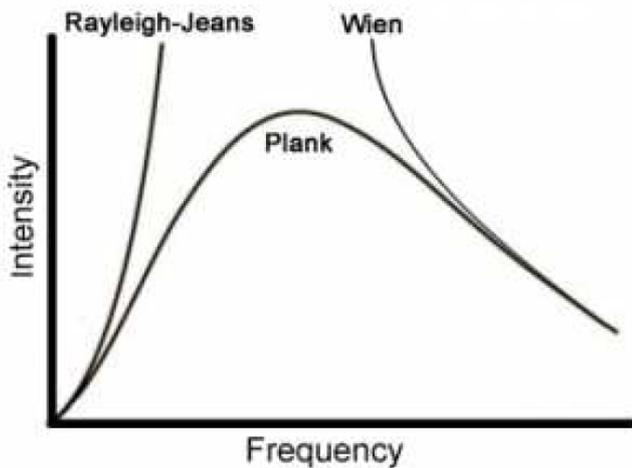


Figura 2: Comparação da Lei de Wien, Lei de Rayleigh-Jeans e da Lei de Planck; Vê-se que a primeira, e a segunda, são válidas apenas num certo intervalo de frequência (ou comprimento de onda), enquanto a Lei de Planck descreve todo o espectro.

Experimento

Para a execução do experimento utilizou-se uma lâmpada incandescente, uma sequência de fontes de 50V em série, um fotodiodo (sensor de fótons) e uma fonte para o sensor.

O experimento propriamente dito consiste em aumentar-se gradativamente a tensão da lâmpada de forma que os elétrons que a transcorrem, gradativamente, passem com energias cinéticas mais altas. Este aumento de energia representa um aumento de transferência de energia para o filamento, o que aumenta a temperatura e a emissão do corpo em radiação eletromagnética. A medida em que a temperatura do corpo aumenta, sua emissão passa a ocorrer em frequências cada vez mais altas, até alcançar valores de luz visível. O fotodiodo posicionado recebe a

emissão dos fótons e transforma os sinais de contagens em potencial elétrico. Ou seja, quanto maior a quantidade de fótons incidentes, maior o sinal de saída.

Tomou-se então os valores de potencial elétrico aplicados na lâmpada, a corrente que transpassa o filamento e o sinal luminoso recebido pelo sensor. Com estes dados deduziu-se a temperatura do filamento de três maneiras: (a): Através da variação característica de resistência do tungstênio em função do aumento de temperatura; (b): através da mesma variação de resistência, entretanto, corrigida para os valores de dilatação do filamento; e por último, (c): a relação entre a temperatura do corpo e radiação emitida por ele.

Análise

Resistividade do Tungstênio

A resistividade elétrica é uma propriedade específica do material que define o quanto ele opõe-se a passagem de corrente elétrica ou não, fundamental para relacionar-se resistência e temperatura, pois em certo ponto, toma as bases da resistência elétrica, mas de forma generalizada, tal que não depende das características físicas (geométricas) do material. Assim, a relação entre os parâmetros é dada por:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (8)$$

Tal que a resistência (R) depende de quanto um material permite passar de corrente (ρ , por organização atômica e molecular), da seção de área transversal por onde passa a corrente (A) e do comprimento do material (L).

Sabe-se que a resistência dos materiais varia de acordo com a variação da temperatura, seja por contração ou dilatação das características físicas dele, ou pela variação de agitação de suas partículas internas. Esta última altera de forma semelhante a resistividade do tungstênio. Assim, a partir de dados experimentais, aproxima-se a relação por uma função quadrática, no intuito de se obter o valor de resistividade para a temperatura ambiente (ρ_0), ao se considerar a variação da temperatura ($T - T_0$) o ponto gráfico desta ocorrência será no instante em que

os termos de ordem maior forem zero, logo, a interseção da função com o eixo ordenado, ajusta-se então a seguinte equação:

$$\rho(T) = \rho_0(1 + a\Delta T + b\Delta T^2) \quad (9)$$

Onde ρ_0 , a e b são constantes determinadas por um ajuste de regressão linear aos pontos da *Figura 3*, em que se obtém $\rho_0 = 4,83 \mu\Omega cm$ e valores pelos quais não se tem interesse para a e b .

Como a resistividade varia em virtude da variação de temperatura, pode-se pensar também em uma relação de proporcionalidades, onde estabelece-se que a proporção de variação da resistividade é igual a proporção de variação da temperatura em alguma potência:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^\gamma \Rightarrow \rho = \rho_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^\gamma \quad (10)$$

Aplicando-se o logaritmo natural em ambos os lados da *Eq. 10* e desenvolvendo os resultados, obtém-se:

$$\begin{aligned} \ln(\rho) &= \ln(\rho_0) + \gamma \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \Rightarrow \\ \ln(\rho) &= (\ln(\rho_0) - \gamma \ln(T_0)) + \gamma \ln(T) \Rightarrow \\ \ln(\rho) &= \beta + \gamma \ln(T) \end{aligned} \quad (11)$$

Desta maneira, voltando-se para a forma gráfica novamente, porém desta vez dos pontos do logaritmo da resistividade pelo logaritmo da temperatura, pode-se ajustar agora

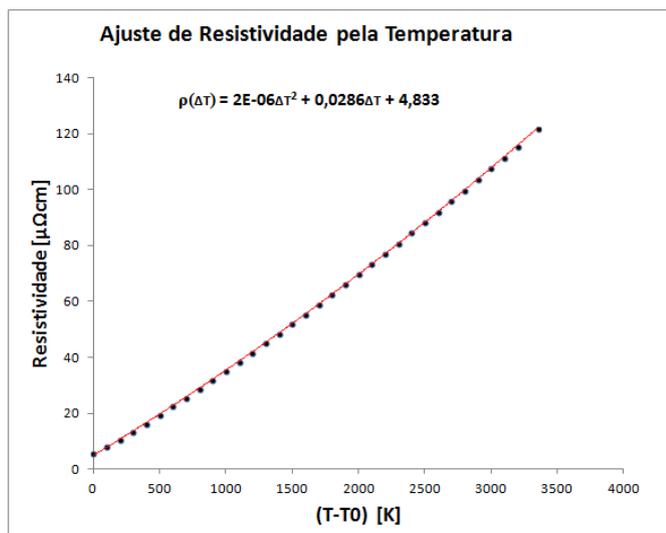


Figura 3: Ajuste quadrático da resistividade em função da temperatura, para obtenção de ρ_0 .

uma equação linear do tipo $y = \gamma x + \beta$ para os coeficientes γ e β .

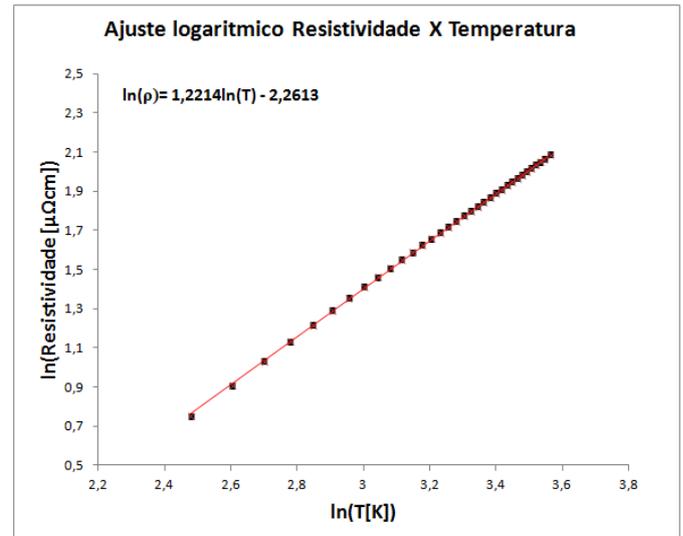


Figura 4: Ajuste linear para γ e β do logaritmo da resistividade em função do logaritmo da temperatura.

E da *Figura 4*, obtém-se então o valor de $\gamma = 1.22$ e de $\beta = -2.26$.

Determinação de Temperatura por Resistência (sem Dilatação)

Através da *Eq. 8*, tem-se uma relação direta entre resistência e resistividade, uma vez que não se considera a dilatação térmica, qualquer valor de resistência é igual ao valor correspondente de resistividade ajustado pelas características físicas iniciais do corpo.

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho L_0}{A_0} \text{ inclusive, } R_0 = \frac{\rho_0 L_0}{A_0} \Rightarrow \\ \frac{R}{R_0} &= \frac{\rho L_0}{A_0} \frac{A_0}{\rho_0 L_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \end{aligned} \quad (12)$$

Como a relação de resistividade com a temperatura é bem aproximada, pelas *Eq. 9* e *Eq. 10*, pode-se determinar sem maiores problemas $R(T)$, entretanto, não se possui o valor da constante R_0 , ou, da resistência em temperatura ambiente.

Observa-se que a potência dissipada por qualquer corpo é uma função aproximada com dependência de dois fatores, sendo um deles a difusão térmica e o outro a radiação espectral. A difusão térmica se comporta em caráter linear e domina a equação para valores baixos de temperatura ($T \approx T_0$), enquanto a radiação tem comportamento de

uma potência da variação da temperatura. A relação é dada por:

$$P = D(T - T_0) + 4\pi A\epsilon\sigma(T^4 - T_0^4) \quad (13)$$

Em que a potência dissipada (P) depende de um termo de difusão (D) multiplicado pela variação da temperatura ($T - T_0$) e um termo de radiação espectral, definido pela área da superfície do corpo (A), emissividade do material/superfície (ϵ), pela constante de Stefan-Boltzmann (σ) e pela quarta potência da temperatura menos a quarta potência da temperatura inicial ($T^4 - T_0^4$).

Tomando-se $T \approx T_0$, tem-se que o termo comandante da equação é o termo de difusão, pode-se considerar:

$$P = D(T - T_0) \Rightarrow (T - T_0) = \frac{P}{D} \quad (14)$$

Ao tomar-se as *Equações 9, 12 e 14*, pode-se obter resistência em função de potência dissipada.

$$\begin{aligned} \frac{\rho(T)}{\rho_0} &= \frac{R(T)}{R_0} = (1 + a\Delta T + b\Delta T^2) \Rightarrow \\ R(T) &= R_0 \left(1 + \frac{aP}{D} + \frac{bP^2}{d^2} \right) \\ R(T) &= R_0(1 + AP + BP^2) \end{aligned} \quad (15)$$

Uma vez que sugere-se que toda a potência dissipada é devido a difusão, tem-se que a potência elétrica fornecida à lâmpada é a dissipada. Assim, através das relações de Ohm pode-se fazer um ajuste de regressão linear em cima dos dados obtidos em laboratório.

$$P = V.i \text{ e } R = \frac{V}{i} \quad (16)$$

Pelo ajuste da *Figura 5*, obtém-se o valor da resistência elétrica para temperatura ambiente, tal que $R_0 = 0.62$. Tomando este resultado e as *Equações 10 e 12* pode por fim obter-se o valor de temperatura dependente da resistência, através da seguinte relação:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_0} &= \frac{R}{R_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^\gamma \Rightarrow T = T_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ T &= 297.55 \left(\frac{R}{0.62} \right)^{\frac{1}{1.22}} \end{aligned} \quad (17)$$

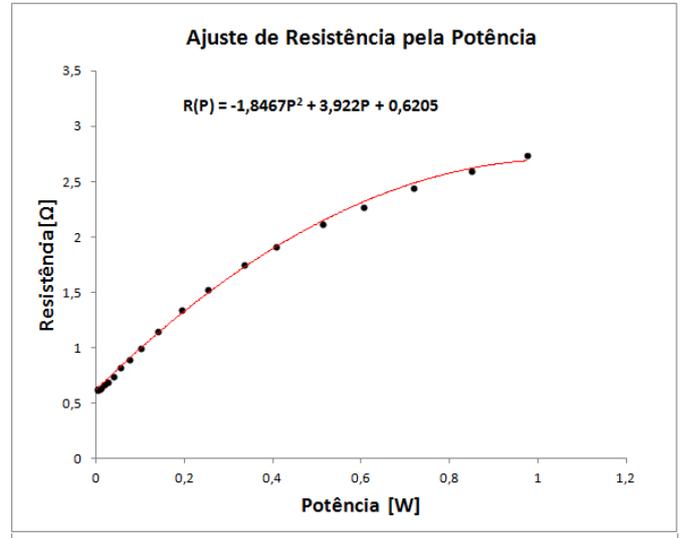


Figura 5: Ajuste linear para determinação de R_0 em função da potência.

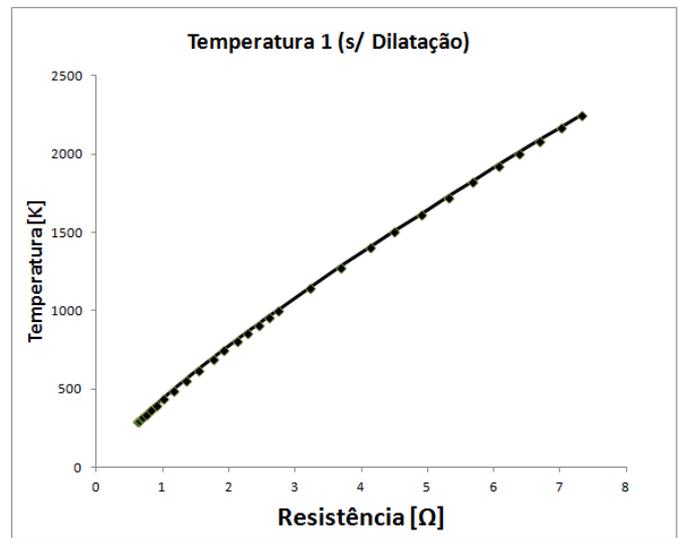


Figura 6: Variação da Temperatura dependente da Resistência.

O gráfico de representação da variação da temperatura pela variação da resistência é mostrado na *Figura 6*, obtido através da relação obtida (*Eq. 17*).

Determinação da Temperatura por Resistência (com Dilatação)

Para a análise de variação da temperatura em função da resistência de um material com dilatação, toma-se à *Eq. 8* e analisa-se os termos L e A variáveis em função da temperatura, tal que:

$$\begin{cases} L = L_0(1 + \alpha(T - T_0)) \\ A = A_0(1 + 2\alpha(T - T_0)) \end{cases} \Rightarrow$$

$$R = \frac{\rho A}{L} = \rho \frac{A_0(1 + 2\alpha(T - T_0))}{L_0(1 + \alpha(T - T_0))} \quad (18)$$

Com α igual ao coeficiente de dilatação do material (no caso, tungstênio). Tomando-se novamente a Eq. 12 de relação entre a propoção de variação da resistência com a proporção de variação da resistividade e a correção obtida na Eq. 18 para a dilatação do filamento:

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{L_0}{L_0} \frac{A_0(1 + 2\alpha(T - T_0))}{A_0(1 + \alpha(T - T_0))} \Rightarrow$$

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{(1 + 2\alpha(T - T_0))}{(1 + \alpha(T - T_0))} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R}{R_0} \frac{(1 + \alpha(T - T_0))}{(1 + 2\alpha(T - T_0))} \quad (19)$$

Tomada a Eq. 17 de relação proporcional entre variação de resistividade e temperatura, com o resultado da Eq. 19:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^\gamma \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow$$

$$T = T_0 \left(\frac{R}{R_0} \frac{(1 + 2\alpha(T - T_0))}{(1 + \alpha(T - T_0))}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (20)$$

Tem-se então uma equação de recorrência que não é sólvacionável analiticamente. Uma forma de resolvê-la é utilizar o primeiro valor de temperatura da equação sem dilatação (em que $T \approx T_0$, e não adiciona-se um erro muito grande) e a partir daí, utiliza-se o valor obtido para obter-se um novo $T_{n+1} = f(T_n)$ junto com os valores de resistência. Utilizou-se $\alpha = 4,5\mu K^{-1}$, um valor de maior precisão para temperaturas baixas, uma vez que o coeficiente de expansão termica varia de $4,4\mu K^{-1}$ para $T = 300K$ até $7,26\mu K^{-1}$ para $T = 2300K$.

$$T = 294,55 \left(\frac{R}{0,62} \frac{(1 + 9 \cdot 10^{-6}(T - 294,55))}{(1 + 4,5 \cdot 10^{-6}(T - 294,55))} \right)^{\frac{1}{1,22}} R = \frac{R_0}{(C_1^{\frac{1}{n}} T_0)^{\gamma_1}} P^{\frac{\gamma'}{n}} \Rightarrow R = C_2 P^{\frac{\gamma'}{n}} \quad (22)$$

Através da relação de recorrência, obtém-se o gráfico da Figura 7.

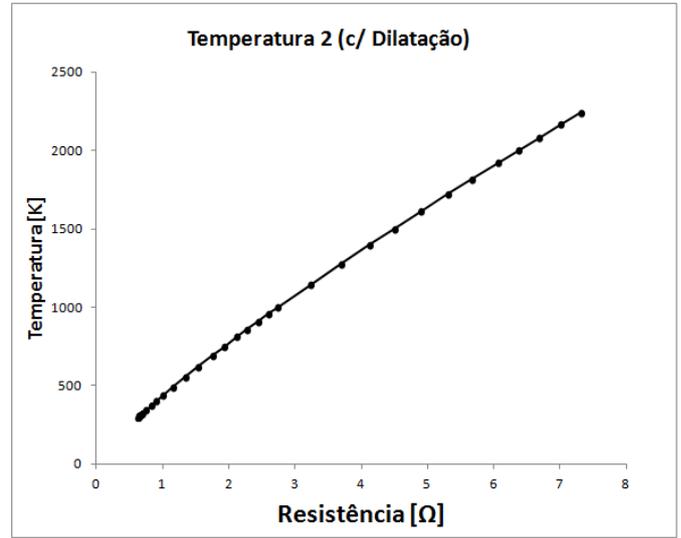


Figura 7: Curva de Temperatura por Resistência obtida a partir da Eq. 20.

Determinação de Temperatura a partir da Radiação emitida

Para a última análise de temperatura, buscase determiná-la apenas pela radiação eletromagnética emitida, define-se então que $T \gg T_0$, o que permite que use-se $P = 4\pi A\epsilon\sigma(T^4 - T_0^4)$ e ainda $T^4 - T_0^4 \approx T^4$. Recupera-se assim algo muito próximo a Lei de Steffan-Boltzmann, para a radiação espectral integrada em todos os λ 's (Eq. 6), ajustada aos parâmetros físicos do filamento (área e emissividade).

Entretanto, não se sabe se o tungstênio obedece exatamente o comportamento de um corpo negro, assim, supõe-se elevado a uma potência n .

$$P = C_1 T^n \Rightarrow T = \left(\frac{P}{C_1}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (21)$$

Com $C_1 = 4\pi A\epsilon(\lambda, T)\sigma$. A partir da Eq. 12 da resistência em função da temperatura:

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\gamma'} = \left(\frac{\left(\frac{P}{C_1}\right)^{\frac{1}{n}}}{T_0}\right)^{\gamma'} \Rightarrow$$

Na Figura 8 tem-se então o ajuste de potência feito, sobre resistência por tempera-

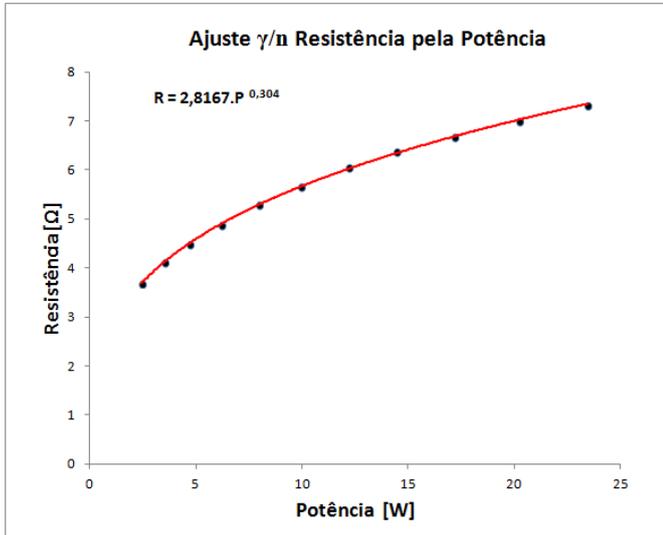


Figura 8: Ajuste da potencia em que P se relaciona com a Resistência ($T \gg T_0$).

tura, no qual se obtém $\frac{\gamma'}{n} = 0,304$ e $C_2 = 2,817$.

Supondo $n = 4 \Rightarrow \gamma' = 1,216$, tem-se então a relação de resistência com temperatura, exposta na *Figura 9*.

$$\frac{R}{R_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\gamma'} \Rightarrow T = 294,55 \left(\frac{R}{0,62}\right)^{\frac{1}{1,216}}$$

Dedução da constante de Planck

A partir dos dados de luminosidade captados, pode-se extrair o h (constante de Planck) da relação não integrada da radiância, apro-

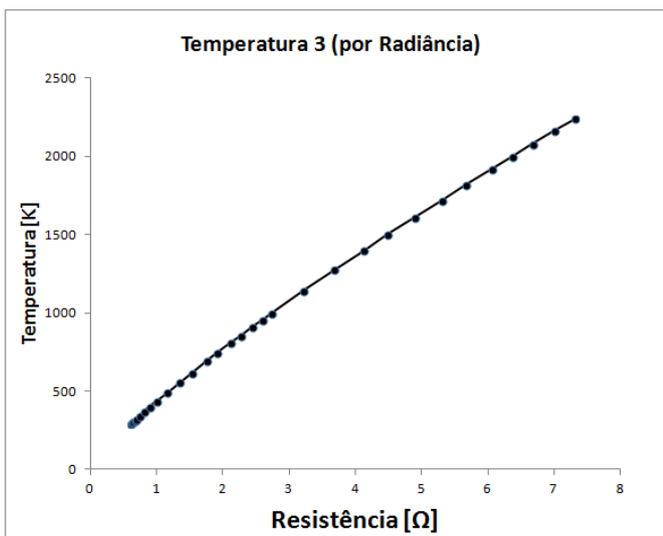


Figura 9: Curva de Temperatura obtida baseada apenas na radiação emitida pelo corpo.

ximada para baixas temperaturas e comprimentos de onda, (Lei de Wien, *Eq. 4*) com o termo de emissividade $\epsilon(\lambda, T) \in [0, 1]$ excluindo a parte refletida do corpo.

$$R(\lambda, T)d\lambda = C \frac{\epsilon(\lambda, T)}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} \quad (23)$$

Tal que $C = 2\pi c^2 h$. Tem-se ainda um λ praticamente constante, devido à pequena largura da banda do fotodiodo. Por uma questão prática de notação, passará-se a usar L para radiância (ou luminosidade) no lugar de R . Assim, ao aplicar-se o logaritmo natural em ambos os lados da equação:

$$\ln(L) = \ln\left(C \frac{\epsilon}{\lambda^5}\right) - \frac{hc}{\lambda kT} \quad (24)$$

Tomando-se $D = \ln\left(C \frac{\epsilon}{\lambda^5}\right)$ e $F = -\frac{hc}{\lambda k}$ valores constantes para a *Eq. 24*, pode-se executar um ajuste linear sobre o gráfico da luminosidade detectada pela temperatura do filamento. Como não se tem uma relação direta entre luminosidade e temperatura do filamento, assume-se a T_2 como temperatura mais exata (utiliza-se assim a relação luminosidade x resistência), uma vez que leva em conta a dilatação térmica do corpo, ajusta-se $\ln(L)$ por $\frac{1}{T_2}$.

$$\ln(L) = D + F \frac{1}{T}$$

Obtém-se então $D = 2,903$ e $F = -4748,32$.

Como $F = -\frac{hc}{\lambda k}$ pode-se definir h , saber-se a velocidade da luz (c), a constante de Boltzmann (k) e o comprimento de onda usado (λ). Assim, $h = -F \frac{\lambda k}{c} \Rightarrow h = -(-4748,32) \frac{950 \cdot 10^{-9} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}{3 \cdot 10^8}$ logo, o valor para constante de Planck é $h = 2,075 \cdot 10^{-34} J.s$. O valor aceito hoje em dia como correto, é aproximadamente $6,626 \cdot 10^{-34}$. Comparando-se o valor "real" com o valor obtido, tal que $erro = 1 - \frac{h_{obtido}}{h_{real}} = 1 - \frac{2,075 \cdot 10^{-34}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 1 - 0,313 \Rightarrow erro = 68,7\%$.

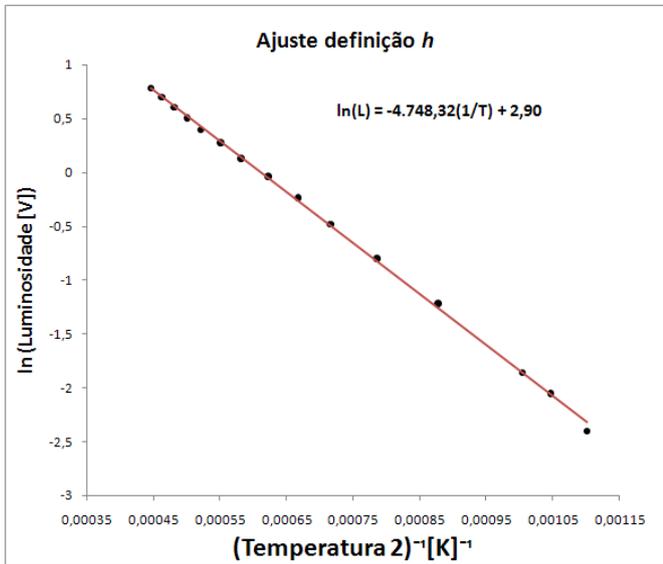


Figura 10: Ajuste de $\ln(L)$ por $\frac{1}{T^2}$ para encontrar F e a partir das constantes definir h .

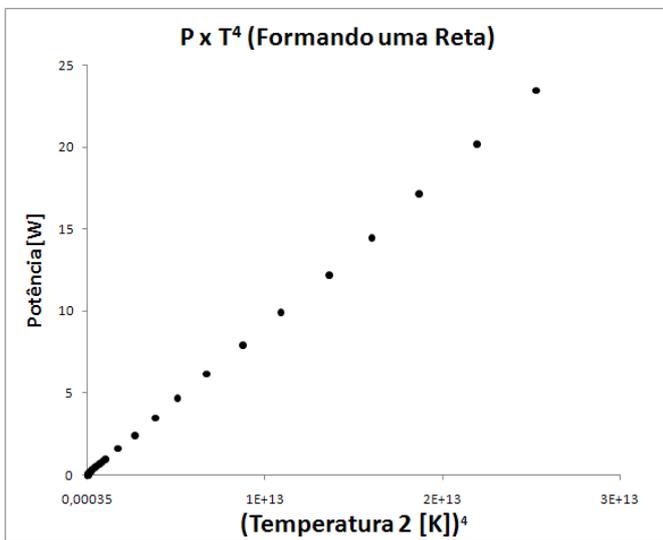


Figura 11: Plote da Potência medida pela Temperatura 2 (com dilatação) elevada à quarta potência para demonstrar o comportamento linear, confirmando a Lei de Stefan-Boltzmann (comportamento de corpo negro).

Comportamento de Corpo Negro

A partir da Eq. 22, obtém-se um valor de ajuste para o qual se propõe que o comportamento do corpo é de um corpo negro, consequentemente, $n = 4$ para a potência $\frac{\gamma}{n}$. Por mais que este valor não seja exatamente 4, pelo gráfico gerado na Figura 10 podemos ver que ele respeita um comportamento linear em relação à temperatura justamente para os pontos em que se usou a aproximação $T \gg T_0$, por mais que os valores para a temperatura 2 tenham sido baseados em uma

aproximação contrária $T \approx T_0$.

Na sequência da análise, toma-se na Figura 11 o gráfico de "Potência por Temperatura 2 elevado a quatro", ascentuando a reta formada e confirmando a afirmação.

Resultados

Obteve-se assim as relações de temperatura por resistência, para visualizar-se o quanto próximas apresentam-se, toma-se uma perspectiva de relação entre elas, tal que considera-se a "T2" (temperatura obtida em função da resistência com dilatação) a mais próxima do valor de variação real. O "Erro percentual" é dado então por: $(T1 - T2)/T2$ e $(T3 - T2)/T2$.

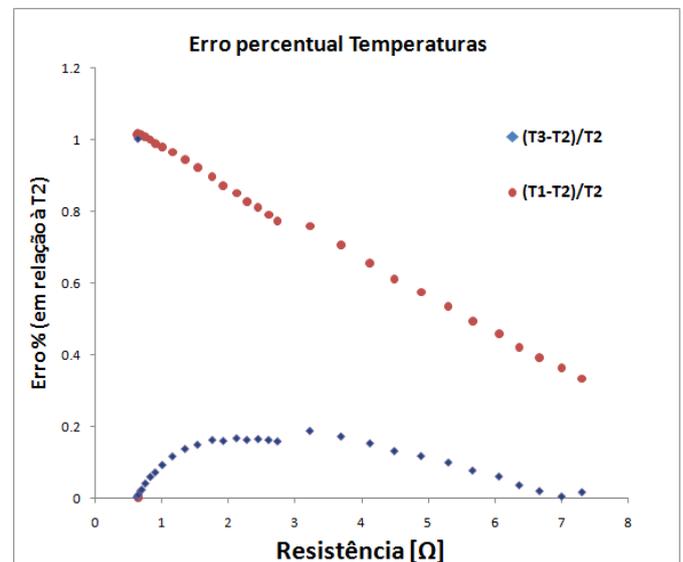


Figura 12: Mostra o erro em porcentagem da diferença das temperaturas para a temperatura medida com dilatação

Observa-se da Figura 12 que os resultados são muito próximos, uma vez que a maior distância em temperatura foi de aproximadamente 1% para a Temperatura 1 nos valores iniciais de resistência.

Fontes de Erro

Uma das grandes dificuldades em se realizar este experimento são os fatores causadores de erro, uma vez que são bem relevantes em relação às medidas. Tem-se como principal fonte de erros os parâmetros do filamento, pois, assume-se que a distribuição

de calor é uniforme, enquanto existe um gradiente de temperatura, sendo o interior mais quente; não considera-se também a influência das hastes conectadas ao filamento, tanto em termos de condução (calorífica e elétrica) quanto em termos físicos geométricos (diferença de espessura, expansões térmicas). Outro fator de erro são os fatores ambientais que não puderam ser muito atenuados, como por exemplo a existência de luz no laboratório, possíveis variações desta, com sombras, variação da tensão... Outro grande fator de introdução de erros são os erros das medidas, por oscilações e imprecisões dos equipamentos; e por último, os erros de arredondamento e ajustes lineares dos cálculos executados para se chegar nos resultados.

Conclusão

Tomou-se valores de temperatura para o filamento de tungstênio de três formas diferentes. Os três modos de obtenção da grandeza forneceram valores semelhantes. Este resultado mostra que, feitas as aproximações, as três determinações da temperatura são adequadas para o experimento. Com isso em vista, conclui-se que a maior parte da potência dissipada pela lâmpada nos seus limites superiores de temperatura é por radiação. E que a dilatação térmica do filamento praticamente não tem importância no nível de acuidade dos resultados.

Analisando os dados do sinal luminoso em função da temperatura através de uma aproximação da lei de Planck para temperaturas e comprimentos de onda suficientemente baixas, conseguiu-se aproximar a constante de Planck com um erro aproximado de 68,7% mais baixo que o valor atualmente aceito o que, por menos preciso que seja, atribui ao filamento de tungstênio de uma lâmpada incandescente, um comportamento de corpo negro.

Apendice

Figura 3: Ajuste Resistividade X Temperatura

T-T0	Resistividade
2,45	5,64
102,45	8,06
202,45	10,74
302,45	13,54
402,45	16,46
502,45	19,47
602,45	22,58
702,45	25,7
802,45	28,85
902,45	32,02
1002,45	35,24
1102,45	38,58
1202,45	41,85
1302,45	45,22
1402,45	48,63
1502,45	52,08
1602,45	55,57
1702,45	59,1
1802,45	62,65
1902,45	66,25
2002,45	69,9
2102,45	73,55
2202,45	77,25
2302,45	81
2402,45	84,7
2502,45	88,5
2602,45	92,3
2702,45	96,2
2802,45	100
2902,45	103,8
3002,45	107,8
3102,45	111,7
3202,45	115,7
3357,45	121,8

Figura 4: Ajuste logaritmico Resistividade X Temperatura

ln(T)	ln(Resistividade)
2,477121255	0,751279104
2,602059991	0,906335042
2,698970004	1,031004281
2,77815125	1,131618664
2,84509804	1,216429831
2,903089987	1,289365952
2,954242509	1,353723938
3	1,409933123
3,041392685	1,460145817
3,079181246	1,505421328

3,113943352	1,5470359
3,146128036	1,586362223
3,176091259	1,621695462
3,204119983	1,655330558
3,230448921	1,68690427
3,255272505	1,716670976
3,278753601	1,744840397
3,301029996	1,771587481
3,322219295	1,796921075
3,342422681	1,821185883
3,361727836	1,844477176
3,380211242	1,866582677
3,397940009	1,887898488
3,414973348	1,908485019
3,431363764	1,92788341
3,447158031	1,946943271
3,462397998	1,965201701
3,477121255	1,983175072
3,491361694	2
3,505149978	2,016197354
3,51851394	2,032618761
3,531478917	2,048053173
3,544068044	2,063333359
3,562887381	2,085647288

Figura 5: Ajuste de Resistência X Potência

Resistência	Potência
0,000693	0,636363636
0,002706	0,621212121
0,005856	0,635416667
0,010414	0,645669291
0,01728	0,675
0,02508	0,694736842
0,036852	0,747747748
0,053086	0,822834646
0,074304	0,895833333
0,100806	1,003154574
0,139147	1,155619597
0,192024	1,343915344
0,252532	1,532019704
0,33354	1,754587156
0,40618	1,919565217
0,511131	2,120162933
0,603065	2,273786408
0,71815	2,444649446
0,847935	2,600700525
0,974901	2,735343384
1,6422	3,221288515
2,439	3,6900369
3,4998	4,125950054
4,7104	4,4921875
6,182	4,893238434
7,9625	5,306122449
9,9225	5,66893424

12,1948 6,064880113
 14,4672 6,370272064
 17,1521 6,674984404
 20,2062 7,008244994
 23,4621 7,314349525

Figura 6: Temperatura s/ Dilatação

Resistência	Temperatura
0,636363636	303,9719089
0,621212121	298,026736
0,635416667	303,6010893
0,645669291	307,6106026
0,675	319,0184206
0,694736842	326,6444127
0,747747748	346,9375329
0,822834646	375,2448792
0,895833333	402,3209824
1,003154574	441,4198875
1,155619597	495,699319
1,343915344	560,9880111
1,532019704	624,5780628
1,754587156	698,0300177
1,919565217	751,3879091
2,120162933	815,1667734
2,273786408	863,2736003
2,444649446	916,096074
2,600700525	963,7595375
2,735343384	1004,470388
3,221288515	1148,546085
3,6900369	1283,837245
4,125950054	1406,884815
4,4921875	1508,45458
4,893238434	1617,981807
5,306122449	1729,061452
5,66893424	1825,386419
6,064880113	1929,248888
6,370272064	2008,521971
6,674984404	2086,938249
7,008244994	2171,966177
7,314349525	2249,424633

Figura 7: Temperatura c/ Dilatação

Resistência	Temperatura
0,636363636	303,9719
0,621212121	295,0321818
0,635416667	300,5406147
0,645669291	304,5158966
0,675	315,8135769
0,694736842	323,3764311
0,747747748	343,4761027
0,822834646	371,5285528
0,895833333	398,3776853
1,003154574	437,1366039

1,155619597	490,9594066
1,343915344	555,7338687
1,532019704	618,8757341
1,754587156	691,8175519
1,919565217	744,8999726
2,120162933	808,2854738
2,273786408	856,1850589
2,444649446	908,7331759
2,600700525	956,1974114
2,735343384	996,7618234
3,221288515	1139,900829
3,6900369	1274,839566
4,125950054	1397,711783
4,4921875	1499,289203
4,893238434	1608,744305
5,306122449	1719,87234
5,66893424	1816,416214
6,064880113	1920,438651
6,370272064	2000,100956
6,674984404	2078,7857
7,008244994	2164,094941
7,314349525	2241,960977

Figura 8: Ajuste coeficiente de potência da Resistência X Potência

Potencia	Resistência
2,439	3,6900369
3,4998	4,125950054
4,7104	4,4921875
6,182	4,893238434
7,9625	5,306122449
9,9225	5,66893424
12,1948	6,064880113
14,4672	6,370272064
17,1521	6,674984404
20,2062	7,008244994
23,4621	7,314349525

Figura 9: Temperatura (por Radiância)

Resistência	Temperatura
0,636363636	300,9282976
0,621212121	295,0234831
0,635416667	300,5599841
0,645669291	304,5424781
0,675	315,8743482
0,694736842	323,4503164
0,747747748	343,6131198
0,822834646	371,7451208
0,895833333	398,6600514
1,003154574	437,5366412
1,155619597	491,5260437
1,343915344	556,4915222
1,532019704	619,79076

1,754587156	692,9331049
1,919565217	746,0821405
2,120162933	809,6275912
2,273786408	857,5692601
2,444649446	910,2204971
2,600700525	957,7380403
2,735343384	998,3303948
3,221288515	1142,028824
3,6900369	1277,019987
4,125950054	1399,835548
4,4921875	1501,24059
4,893238434	1610,615337
5,306122449	1721,565231
5,66893424	1817,79673
6,064880113	1921,57712
6,370272064	2000,79998
6,674984404	2079,176703
7,008244994	2164,17268
7,314349525	2241,61157

2,29069E+11	0,33354
3,07887E+11	0,40618
4,26834E+11	0,511131
5,37366E+11	0,603065
6,81939E+11	0,71815
8,35969E+11	0,847935
9,8711E+11	0,974901
1,68837E+12	1,6422
2,64133E+12	2,439
3,81655E+12	3,4998
5,05291E+12	4,7104
6,69805E+12	6,182
8,74953E+12	7,9625
1,08858E+13	9,9225
1,3602E+13	12,1948
1,60032E+13	14,4672
1,86741E+13	17,1521
2,19334E+13	20,2062
2,52646E+13	23,4621

Figura 10: Definição de h

1/T2	ln(L)
0.001098635	-0.143784835
0.001044127	-0.071637438
0.001001672	-0.011039484
0.000875635	0.215426048
0.000783073	0.3872118
0.00071437	0.544043227
0.000666116	0.673057788
0.000620881	0.791129001
0.000580867	0.901049445
0.000550117	0.996621108
0.000520406	1.086174682
0.0004998	1.160384485
0.00048096	1.2343173
0.00046207	1.305484647
0.000446108	1.370366882

Figura 11: P x T⁴

T ⁴	Potencia
8537559676	0,000693
7576655900	0,002706
8158544403	0,005856
8598840150	0,010414
9947711597	0,01728
10935369318	0,02508
13918297208	0,036852
19053237612	0,053086
25187207234	0,074304
36514780616	0,100806
58100830675	0,139147
95382227654	0,192024
1,46694E+11	0,252532

Figura 12: Erro percentual Temperaturas

resistencia	(T1-T2)/T2	(T3-T2)/T2
0.636363636	2.93126E-06	1.001277565
0.621212121	1.014992398	0.002948407
0.635416667	1.018323136	0.00644484
0.645669291	1.016270757	0.008729116
0.675	1.014789734	0.019242787
0.694736842	1.010581243	0.022848073
0.747747748	1.007764467	0.039891292
0.822834646	1.000280146	0.05829108
0.895833333	0.989838845	0.070879004
1.003154574	0.979850137	0.091513107
1.155619597	0.965438741	0.115414244
1.343915344	0.945442167	0.136333875
1.532019704	0.921401239	0.147852931
1.754587156	0.897991936	0.161249606
1.919565217	0.870980903	0.158701559
2.120162933	0.851345196	0.166044974
2.273786408	0.827921643	0.161670797
2.444649446	0.810237619	0.163669732
2.600700525	0.790854065	0.161120386
2.735343384	0.773360777	0.157366715
3.221288515	0.75842171	0.186682474
3.6900369	0.705789072	0.171034875
4.125950054	0.656289268	0.151945858
4.4921875	0.611314758	0.130154092
4.893238434	0.574205681	0.116303846
5.306122449	0.534290364	0.098431203
5.66893424	0.49384085	0.076002226
6.064880113	0.458761721	0.059281719
6.370272064	0.421029497	0.034949463
6.674984404	0.392178405	0.0188092
7.008244994	0.363719538	0.003592227
7.314349525	0.332907493	0.015584864