FORMATION PROFESSIONNELLE VALAIS

Maturité professionnelle, orientation :
Economie et services, type "Economie"
Branche :
Mathématiques

Formative
2018-2019
Série A
Durée 120 minutes

Nom : ______________________	N candidat : ______________________
Prénom : ______________________	Date : ______________________

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points:	0	0	0	0	0	0	0	0
Score:								

Note	

Moyen auxiliaire autorisé : calculatrice non graphique, non programmable.

Remarques :

— Tous les calculs et développements des solutions doivent figurer sur les feuilles de données au propre. Les réponses sans développement mathématique ne sont pas prises en compte. Un espace réponse supplémentaire est disponible en pages 14 et 15.

— Les développements doivent être suffisamment détaillés pour que l'on puisse suivre le raisonnement et les opérations aboutissant au résultat.

— Les réponses des exercices seront simplifiées au maximum.

Signature des experts : ____________________________

____

1. Calculez et simplifiez

(a)

$$\frac{3}{5} \div 12 - \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{6}\right) \cdot \frac{9}{2}$$

(b)

$$\sqrt{108} - 3 \cdot \sqrt{8} \cdot \left(\sqrt{27} - \sqrt{25}\right) + \sqrt{24}$$

(c)

$$\frac{x^7 \cdot (2x)^2 \cdot (6x^0)^{-3}}{x^2 \cdot (-2x)^{-5}} \div \frac{(3x)^2 \cdot (9x)^3}{(6x)^4}$$

2. Résolvez :

(a)

$$\begin{cases} y - 3 \cdot \dfrac{2x-1}{6} & = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{x}{3}\right) \\ 2x - 3y + 7 & = \dfrac{x+2}{3} - \dfrac{y-1}{5} \end{cases}$$

(b)

$$3x - 5 \cdot (x+2) \geq 2x + 4 - \left(\frac{x+3}{2}\right)$$

3. Soit la parabole d'équation $y = -2x^2 + 3x + 2$ et la droite d'équation $y = 3x$.
   (a) Calculez tous les points particuliers de la parabole (sommet, intersections avec les axes).

   (b) Calculez les points d'intersection de ces deux courbes.

(c) c) Représentez graphiquement les deux courbes en faisant apparaître tous les points calculés. (unité : 2 carrés = 1)

4. Par rapport à la liste des vitesses des voitures relevée devant une école, construire le tableau complet de distribution afin calculer toutes les mesures de tendance centrale (mode / médiane / moyenne) et celle de dispersion (écart-type, à calculer à 10^{-3} près) et de répondre à la question : quel pourcentage de l'effectif se trouve à moins d'un écart-type de la moyenne :

32	31	29	28	34
29	33	32	31	29
29	29	34	33	31
31	31	31	33	30
29	32	33	34	30

5. Pour son projet PPI, Justine achète à un fabriquant des coques de téléphone Univers A5 et Mono B4. Les coûts unitaires s'élèvent à CHF 1.− pour une coque Univers A5 et CHF 2.− pour un coque Mono B5 ; ces objets sont respectivement vendus CHF 5.− et CHF 6.− aux étudiants. Pour avoir assez de stock, Justine doit commander au moins 40 coques Univers A5 et 20 coques Mono B4. Elle peut investir au maximum que CHF 200.−.

   Sachant qu'elle peut commander au maximum 160 coques en tout, déterminer le nombre de coques Univers A5 et Mono B4 à commander à l'optimum pour maximiser le revenu, ainsi que ce revenu maximal. Résoudre ce problème en dessinant le polygone de contraintes. Unités : un carré = 10 objets

6. Suite à une marrée noire, la surface en m^2 polluée est définie par la fonction $f(t) = 3000 \cdot 2.7^{-0.25 \cdot t}$ par rapport à t le nombre de jours de "nettoyage" écoulés depuis son apparition. (les calculs sont à arrondir à la première décimale non nulle, les réponses sont à donner à l'entier)
   (a) Quelle surface était polluée au moment de l'incident ?
   (b) Quelle surface est encore polluée le dixième jours ?
   (c) Quelle surface a été nettoyée uniquement le cinquième jours ?

7. Math financières

   (a) Quelle est la valeur finale d'une rente de placement constituée de versements de CHF 150.– effectués sur un compte au taux annuel de 3% à la fin de chaque mois, capitalisation mensuelle des intérêts, sur une durée de 6 ans ?

   (b) Quelle est l'annuité versée chaque fin d'année correspondant au remboursement d'un emprunt de CHF 240'000.- sur un compte au taux annuel de 12%, capitalisation trimestrielle des intérêts, sur une durée de 25 ans ?

(c) Quelle est la durée de remboursement d'une dette de CHF 1999.- s'il est effectué par des versements de CHF 300.- au début de chaque semestre sur un compte au taux annuel de 2%, capitalisation semestrielle, premier remboursement six mois après l'emprunt ?

Précisez le numéro de l'exercice si vous utilisez cet espace réponse supplémentaire.

Formulaire

Solution:

1. (a) On peut effectuer les différentes parties de calculs :

$$\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{6}\right)=\frac{9}{12}-\frac{14}{12}=-\frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{5}\div 12=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{12}=\frac{1}{20}$$

On peut alors effectuer

$$-\frac{5}{12}\cdot\frac{9}{2}=-\frac{15}{8}$$

Et en mettant tout cela ensemble :

$$\frac{1}{20}+\frac{15}{8}=\frac{2}{40}+\frac{75}{40}=\frac{77}{40}$$

(b) On commence par factoriser les différents nombres :

$$108=2^2\cdot 3^3,\ 8=2^3,\ 27=3^3,\ 25=5^2 \text{ et } 24=2^3\cdot 3^1$$

On a donc

$$\begin{aligned}6\sqrt{3}-65\sqrt{2}\cdot\left(3\sqrt{3}-5\right)+2\sqrt{6}&=\\ 6\sqrt{3}-18\sqrt{6}+30\sqrt{2}+2\sqrt{6}&=\\ 6\sqrt{3}-16\sqrt{6}+30\sqrt{2}\end{aligned}$$

(c) En utilisant les différentes propriétés des puissances, on a

$$x^7\cdot 2^2\cdot x^2\cdot 2^{-3}\cdot 3^{-3}\cdot x^{-2}\cdot -2^5\cdot x^5\cdot 3^{-2}\cdot x^{-2}\cdot 3^{-6}\cdot x^{-3}\cdot 2^4\cdot 3^4\cdot x^4$$

Et donc

$$=-2^8\cdot 3^{-7}\cdot x^{11}=-\frac{2^8x^{11}}{3^7}$$

2. (a) Mettons sous forme canoniques les deux équations :

$$\begin{gathered}y-\frac{6x-3}{6}=\frac{1}{2}+\frac{x}{6}\\ 6y-6x+3=3+x\\ 7x-6y=0\end{gathered}$$

et

$$\begin{aligned} 30x - 45y + 105 &= 5x + 10y - 3y + 3 \\ 25x - 42y &= -92 \end{aligned}$$

en utilisant par exemple la combinaison suivante :

$$\begin{array}{rrrl} & -25x & +42y & = 92 \\ + & 49x & -42y & = 0 \\ \hline & 24x & & = 92 \end{array} \Rightarrow x = \frac{92}{24} = \frac{23}{6}$$

En substituant :

$$\frac{23}{6} \cdot 7 - 6y = 0 \Rightarrow y = \frac{7 \cdot 23}{36} = \frac{161}{36}$$

(b) en faisant attention aux signes :

$$\begin{aligned} 3x - 5x - 10 &\geq 2x + 4 - \frac{x+3}{2} \\ 6x - 10x - 20 &\geq 4x + 8 - x - 3 \\ -4x - 20 &\geq 3x + 5 \\ -25 &\geq 7x \\ -\frac{25}{7} &\geq x \end{aligned}$$

Et donc

$$S = \left]-\infty; -\frac{25}{7}\right[$$

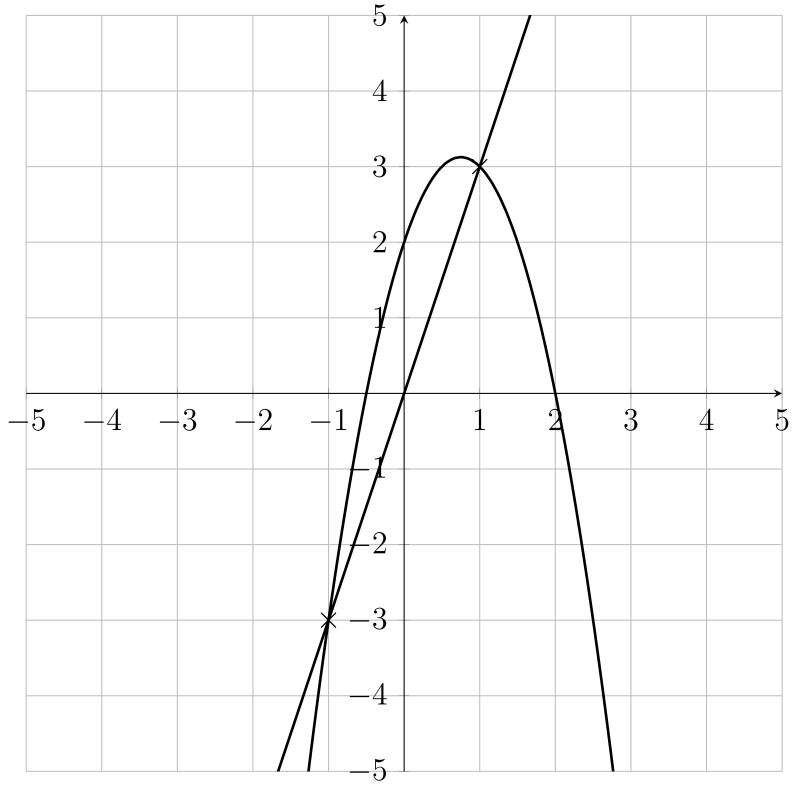
3. (a) Notons que

$$a = -2,\ b = 3,\ c = 2 \text{ et } \Delta = 9 + 16 = 25$$

On a donc d'après les formules :
— Sommet : $\left(\frac{3}{4}; \frac{25}{8}\right)$
— Intersection avec l'ordonnée : $x = 0 \Rightarrow y = 2$
— Intersections avec l'abscisse : $y = 0 \Rightarrow x_1 = 2$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$

(b) Par comparaison :

$$-2x^2 + 3x + 2 = 3x \Leftrightarrow -2x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 & y_1 = -3 \\ x_2 = 1 & y_2 = 3 \end{cases}$$



(c)

4. Le tableau

caractère	effectif	fréquence	f .cumulée	f. pondérée	f. p. carrée
28	1	0.04	0.04	1.12	31.36
29	6	0.24	0.28	6.96	201.84
30	2	0.08	0.36	2.4	72
31	6	0.24	0.6	7.44	230.64
32	3	0.12	0.72	3.84	122.88
33	4	0.16	0.88	5.28	174.24
34	3	0.12	1	4.08	138.72
	25	1		31.12	971.68

écart type 1.796

On a ainsi : mode = 29 et 31, médiane = 31, moyenne = 31.12.

Le pourcentage recherché est dans l'intervalle $[31.12 - 1.796; 31.12 + 1.796] = [29.324; 32,916]$, c'est-à-dire entre 30 et 32 compris : $\frac{11}{25} = 44\%$

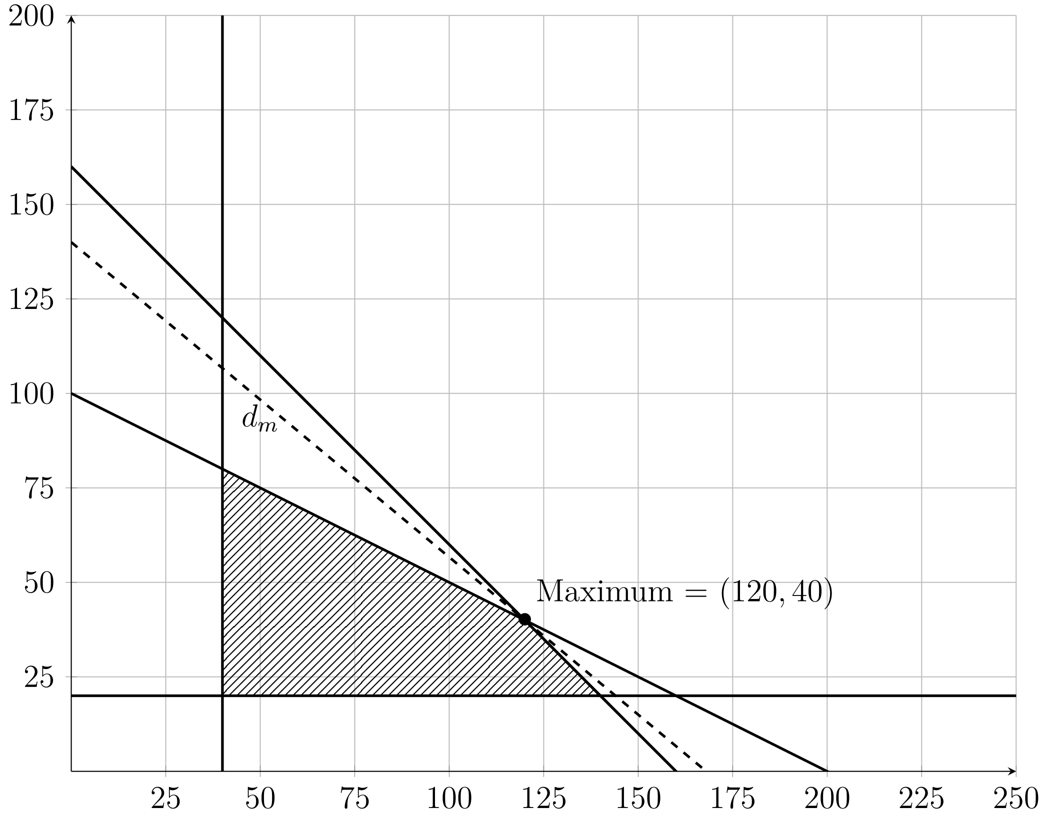
5. Commençons par le systèmes d'inéquations :

$$\begin{cases} 1x + 2y & \leq 200 \\ 1x + 1y & \leq 160 \\ x & \geq 40 \\ y & \geq 20 \end{cases} \quad \text{avec } 5x + 6y = \text{ maximum.}$$

En étudiant les différents droites limites :

$$\begin{aligned} d_1 : x + 2y = 200 & \\ & x = 0 \ y = 100 \\ & x = 200 \ y = 0 \\ & \text{pente} = -\frac{1}{2} \\ d_2 : x + y = 160 & \\ & x = 0 \ y = 160 \\ & x = 160 \ y = 0 \\ & \text{pente} = -1 \\ d_{\text{min}} : 5x + 6y = \text{ min} & \\ & \text{pente} = -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

On peut représenter la situation :



On détermine que le point optimum se trouve aux intersectcions de d_1 et d_2 :

$$\begin{cases} x + 2y &= 200 \\ x + y &= 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x &= 120 \\ y &= 40 \end{cases}$$

Le revenu est donc de $5 \cdot 120 + 6 \cdot 40 = 840$.

6. (a)

$$f(0) = 3000 \cdot 2.7^{-0.25 \cdot 0} = 3000$$

(b)

$$f(10) = 3000 \cdot 2.7^{-0.25 \cdot 10} = 250$$

(c)

$$f(4) - f(5) = 3000 \cdot 2.7^{-0.25 \cdot 4} - 3000 \cdot 2.7^{-0.25 \cdot 5} = 244$$

7. (a)

$$150 \cdot \frac{1.0025^{72} - 1}{0.0025} = 11'816.91$$

(b)

$$240'000 = a \cdot \frac{1 - 1.03^{-100}}{0.03} \Rightarrow a = 759.52$$

(c)

$$1999 = 300 \cdot \frac{1 - 1.01^{-n}}{0.01} \Rightarrow n \simeq 6.93$$

Donc 6 remboursements entiers et 1 remboursement partiel.